

RÉVISIONS DE MPSI - 3 SEMAINES : ROBO-CLIMBER

1 Présentation générale du système

Le « Roboclimber » est un robot géotechnique utilisé pour la consolidation des talus de sols naturels ou des escarpements rocheux au-dessus des routes ou des zones habitées. Il est issu d'un programme européen de recherche et est exploité par la société italienne d'ingénierie D'Appolonia.

Lorsque des falaises ou des talus menacent de s'effondrer sur des infrastructures (routes, bâtiments,...), un des seuls remèdes consiste à consolider le versant en y forant des trous suivant un maillage régulier et à y enfoncer des pieux en acier qui structurent l'ensemble et le consolident.

Les travaux de forage sont réalisés habituellement soit par des équipes spécialisées en travaux acrobatiques encordés, soit à l'aide de plateformes élévatrices depuis le bas du versant si celui-ci est accessible.

Lorsque le site à consolider est dangereux ou difficile d'accès, le Roboclimber est utilisé car la plupart de ses actions sont automatisées, mettant ainsi à l'abri de tous risques les hommes chargés du chantier.



FIGURE 1 – Roboclimber en exercice

Le Roboclimber est un robot d'environ 3,8 tonnes avec une base de 2 m par 2,5 m, transportant une unité autonome de forage et de pose des pieux. Il utilise pour se mouvoir et assurer son équilibre lors du forage, quatre pieds indépendants ainsi que deux câbles de traction fixés en hauteur.

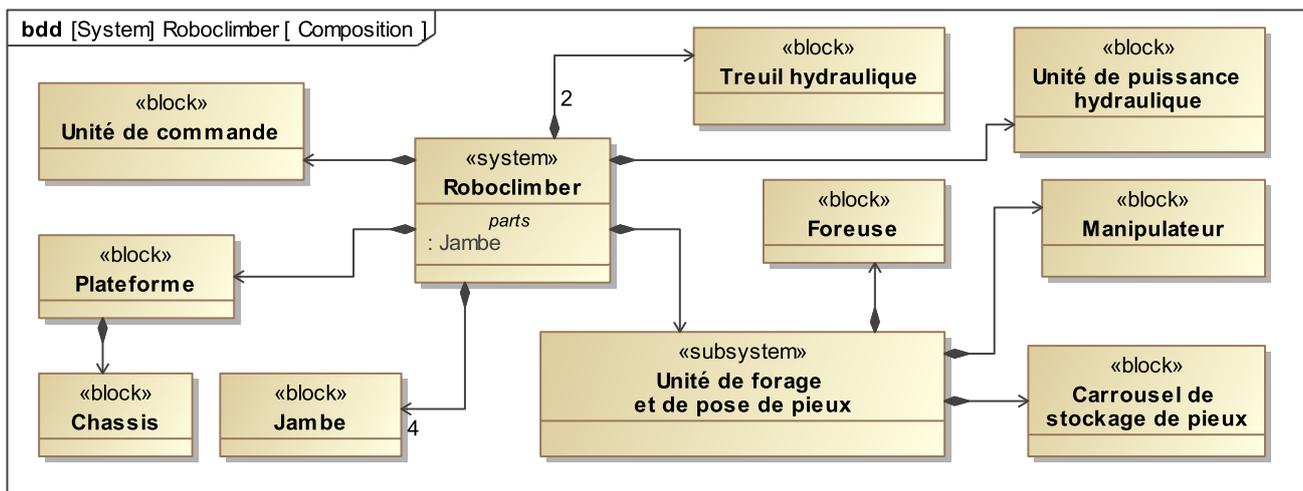


FIGURE 2 – diagramme de définition de blocs (bdd) général du Roboclimber

Le diagramme de définition de bloc Fig 2 et Fig 3 donne la composition du Roboclimber.

L'objectif de l'étude est de vérifier certaines solutions technologiques.

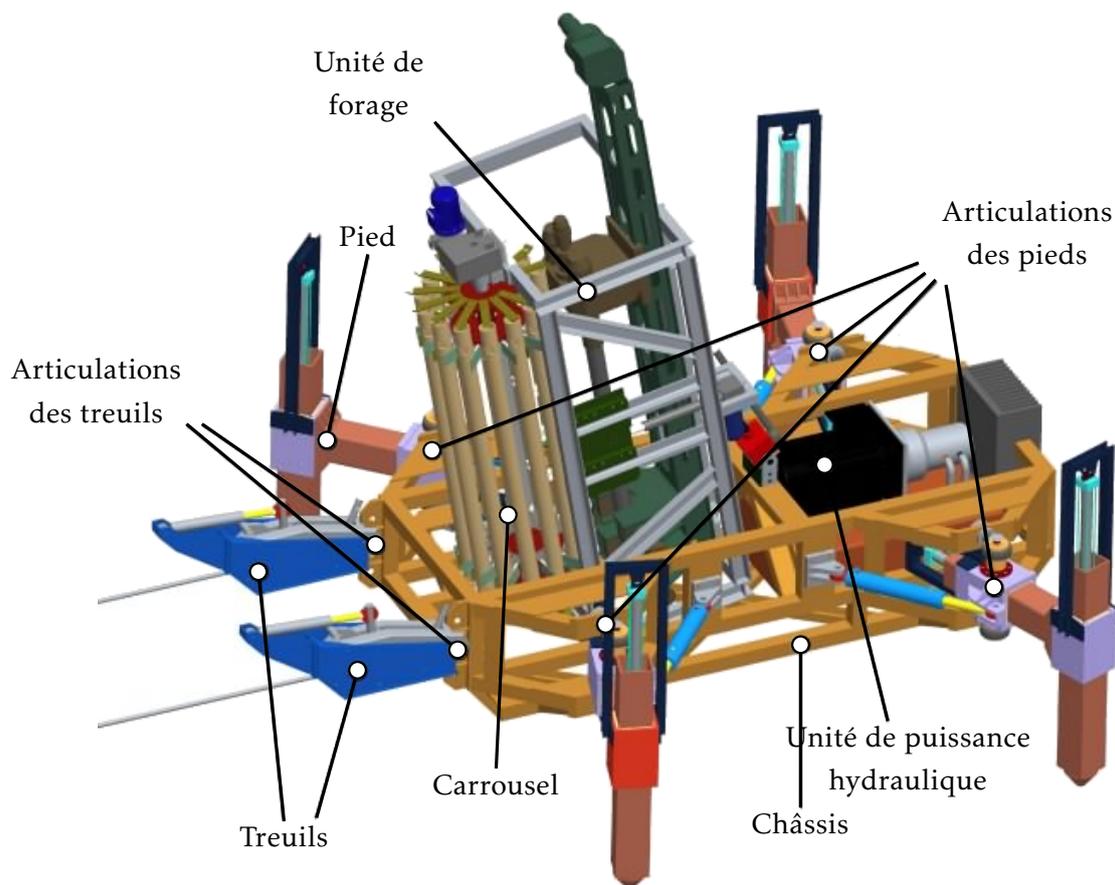


FIGURE 3 – Illustration du Roboclimber

2 Étude de l'enfoncement de tubes de forage dans la paroi

Le forage proprement dit consiste à enfoncer dans la paroi une succession de tubes en acier, vissés les uns aux autres, qui constituent le train de forage. Le premier tube utilisé se retrouve en tête de train et possède une tête perforante. L'enfoncement de l'ensemble du train est obtenu par l'action conjuguée d'un effort de poussée suivant l'axe de forage et d'un couple qui met en rotation le train de tubes. Les tubes de forage sont stockés dans le carrousel.

Exigence	Critères	Niveaux
id 1. Le système doit permettre l'enfoncement de tube de forage dans la paroi.	Force de poussée	Pour une pente de 45° : $F > 10\,000\text{ N}$ Pour une pente de 80° : $F > 3\,000\text{ N}$
	Vitesse d'avance	$V = 2\text{ m/min}$
	Couple appliqué sur le train de tube en régulation	$C = 2500\text{ N.m}$

Une des difficultés liées à l'utilisation d'une plateforme mobile pour réaliser le forage réside dans l'application de l'effort de poussée qui doit être obtenu sans mettre en péril l'équilibre de la plateforme. On souhaite vérifier que le robot pourra satisfaire l'exigence id 1.1 du cahier des charges en termes d'effort de poussée.

2.1 Modélisation

- Le robot est supposé en équilibre dans la position de la FIG 4 (vue de profil du robot sur la paroi).
- Le problème est considéré comme plan de repère $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Les quatre contacts pied/paroi sont réduits à deux contacts en A et en B, et les deux câbles sont assimilés à un seul d'axe (HK), H étant le point d'attache du câble sur le robot et K, le point d'ancrage du câble sur la paroi.
- On donne $\vec{AB} = m \cdot \vec{x}$; $\vec{AH} = n \cdot \vec{y}$ et $\vec{KA} = k \cdot \vec{x}$ où k , distance du robot au point d'ancrage, sera prise à sa valeur minimale autorisée : $k = 2$ m.
- Les pieds (2) et (3) sont en liaisons ponctuelles parfaites de normales \vec{y} respectivement appliquée au point A et au point B avec la paroi.
- On appelle Σ , l'ensemble constitué de la plateforme (1), du pied (2), du pied (3) et du tube (4).
- L'inclinaison de la paroi est définie par l'angle $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}) = (\vec{y}_0, \vec{y})$.

2.2 Actions mécaniques

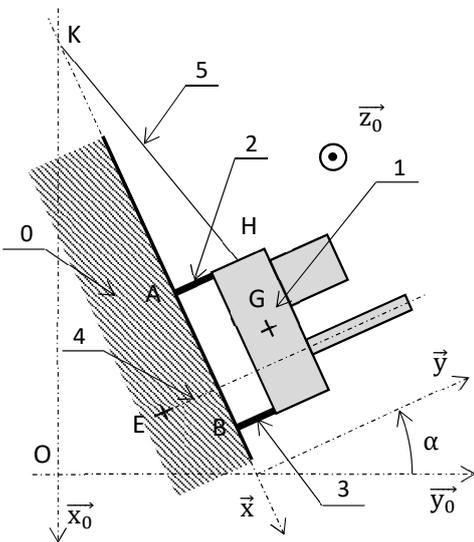


FIGURE 4 – Modèle d'étude

- Les deux réactions de la paroi sur les pied peuvent être modélisées par les glisseurs :

$$\mathcal{F}_{0 \rightarrow 2} = \left\{ \begin{matrix} Y_{02} \cdot \vec{y} \\ 0 \end{matrix} \right\}_A \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_{0 \rightarrow 3} = \left\{ \begin{matrix} Y_{03} \cdot \vec{y} \\ 0 \end{matrix} \right\}_B$$

- L'effort de poussée de la foreuse impose sur le tube (4) une réaction du sol modélisée par le glisseur :

$$\mathcal{F}_{0 \rightarrow 4} = \left\{ \begin{matrix} F \cdot \vec{y} \\ 0 \end{matrix} \right\}_E \quad \vec{BE} = -\frac{m}{3} \cdot \vec{x} - p \cdot \vec{y}$$

- L'action du câble (5) sur la plateforme (1) est modélisée par un glisseur porté par la droite (HK).
- L'action de la pesanteur sur l'ensemble Σ est modélisée par le glisseur : $\mathcal{F}_g \rightarrow \Sigma = \left\{ \begin{matrix} P \cdot \vec{x}_0 \\ 0 \end{matrix} \right\}_G$ avec $P = 28\,000$ N et G centre de gravité de l'ensemble Σ tel que $\vec{BG} = -\frac{m}{2} \cdot \vec{x} + n \cdot \vec{y}$.

Q - 1 : Isoler l'ensemble $\Sigma = \{1, 2, 3, 4\}$ et appliquer le théorème du moment statique en H en projection sur \vec{z} de manière à donner l'expression de Y_{03} en fonction de F et de P.

Q - 2 : Donner la condition littérale sur l'effort F pour qu'il n'y ait pas décollement du pied en B. Faire l'application numérique et vérifier si cette valeur est compatible avec le cahier des charges. Un forage sur une paroi verticale est-il possible avec le « Roboclimber » ?

3 Étude de la préhension des tubes dans le carrousel

3.1 Description des phases

Un bras automatisé est chargé de déplacer les tubes de forage depuis le carrousel, où ils sont stockés, vers la foreuse où ils seront assemblés au train de tubes avant d'être enfoncés dans la paroi. La préhension des tubes est réalisée par une pince actionnée par un vérin hydraulique. La prise d'un tube se fait en quatre phases :

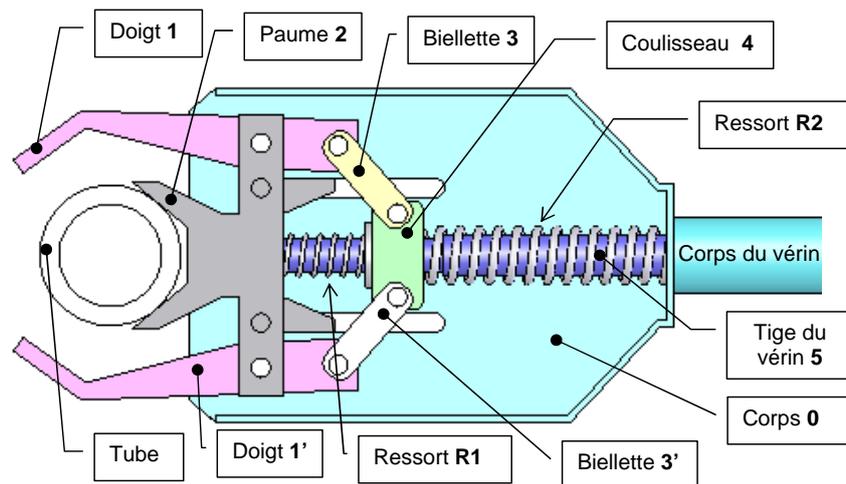


FIGURE 5 – Description de la pince

1ère phase : Phase d'avance	
<p>L'ensemble des pièces se déplace en mouvement de translation rectiligne par rapport au corps 0. La tige 5 pousse le ressort R2 qui pousse les autres pièces sans se comprimer par l'intermédiaire du coulisseau 4.</p>	
2ème phase : Phase d'accostage	
<p>La paume 2 rentre en contact avec le tube.</p>	
3ème phase : Phase de fermeture	
<p>La tige 5 continue sa course provoquant la translation rectiligne du coulisseau 4 par rapport à la paume 2 et la fermeture de la pince par l'intermédiaire des bielles 3 et 3'. Le ressort R1 se comprime entre le coulisseau et la paume.</p>	
4ème phase : Phase de verrouillage	
<p>Les doigts 1 et 1' rentrent en contact avec le tube. Pour garantir la fermeté de la prise, la tige du vérin continue de sortir de façon à comprimer le ressort de verrouillage R2. Toutes les autres pièces sont immobiles les unes par rapport aux autres. En fin de phase, la pince est alors en position verrouillée.</p>	

La répétitivité de l'action de prise sollicite grandement les doigts de la pince en termes de matage. Ce phénomène est en grande partie dû à la pression de contact, mais aussi à la vitesse d'accostage des doigts sur le tube.

Dans un premier temps, on souhaite déterminer la vitesse des doigts par rapport au tube en fin de phase de fermeture. La pression de contact dépend de l'effort exercé par le ressort sur le coulisseau. Dans un second temps, on cherche à déterminer cet effort en fonction de la course du vérin, et dans un dernier temps la pression de contact maximale au niveau des doigts en fin de phase de verrouillage.

3.2 Recherche de la vitesse en fin de phase de fermeture

3.2.1 Modèle d'étude et paramétrage

- Pendant la phase de fermeture, le schéma cinématique peut être ramené à celui de la FIG 6.
- Le repère $\mathcal{R}_2 = (O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est associé à la **paume 2**.
- Le **tube** est fixe par rapport à la **paume 2**.
- La **tige 5** est en liaison glissière d'axe (B, \vec{x}_2) avec le **coulisseau 4** et en liaison pivot glissant d'axe (A, \vec{x}_2) avec la **paume 2**.
- Les autres liaisons sont définies par le schéma cinématique FIG 6.
- Le repère $\mathcal{R}_1 = (E, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est associé au **doigt 1** avec $\alpha = (\vec{x}_2, \vec{x}_1) = (\vec{y}_2, \vec{y}_1)$.
- Le repère $\mathcal{R}_3 = (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ est associé à la **bielle 3** avec $\beta = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}_2, \vec{y}_3)$.
- Le repère $\mathcal{R}_{3'} = (C', \vec{x}_{3'}, \vec{y}_{3'}, \vec{z}_{3'})$ est associé à la **bielle 3'** avec $-\beta = (\vec{x}_2, \vec{x}_{3'}) = (\vec{y}_2, \vec{y}_{3'})$.
- F est le point du **doigt 1** qui sera en contact avec le **tube** en fin de phase de fermeture et l'axe (F, \vec{n}) représente la normale à la surface plane du doigt qui sera en contact avec le tube. On note $\gamma = (\vec{x}_2, \vec{n})$.
- La position du **coulisseau 4** est caractérisée par $\lambda(t)$ tel que $\vec{OB} = -\lambda(t) \cdot \vec{x}_2$.

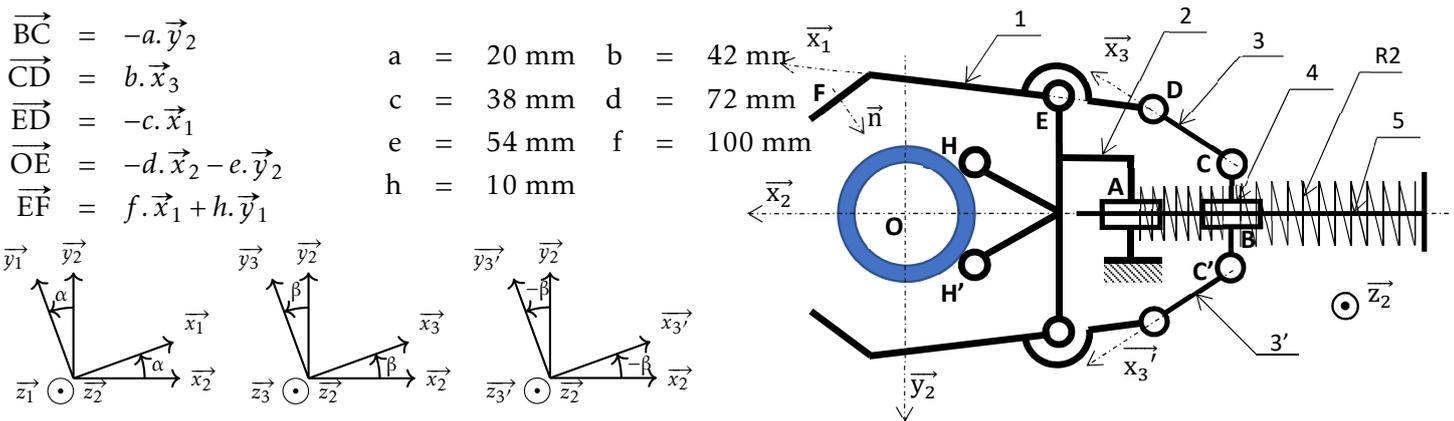


FIGURE 6 – Schéma cinématique et paramétrage de la pince

3.2.2 Notations

- $\vec{\Omega}_{(m/n)}$ est le vecteur vitesse de rotation du solide m par rapport au solide n .
- $\vec{V}_{(M,m/n)}$ est le vecteur vitesse du point M dans le mouvement du solide m par rapport au solide n .
- La vitesse du **coulisseau 4** est caractérisée par $\vec{V}_{(B,4/2)} = V \cdot \vec{x}_2$.

3.2.3 Vitesse d'impact

Q - 3 : Donner les expressions de $\vec{\Omega}_{(3/2)}$ et $\vec{\Omega}_{(1/2)}$.

Q - 4 : Donner l'expression de $V(t)$ en fonction de $\dot{\lambda}(t)$.

Q - 5 : Donner l'expression des torseurs cinématiques $\mathcal{V}_{4/2}$, $\mathcal{V}_{1/2}$ et $\mathcal{V}_{3/4}$ en fonction des paramètres cinématiques $V(t)$, $\dot{\alpha}(t)$ et $\dot{\beta}(t)$.

Q - 6 : A partir d'une fermeture cinématique en D, donner une relation vectorielle liant les paramètres cinématiques $V(t)$, $\dot{\alpha}(t)$ et $\dot{\beta}(t)$.

Q - 7 : Déterminer l'expression de $\dot{\alpha}(t)$ en fonction de $V(t)$, $\beta(t)$ et $\alpha(t)$ (et bien sûr des paramètres géométriques constants...).

La FIG 7 donne l'évolution de la vitesse angulaire $\dot{\alpha}$ du **doigt 1** par rapport au **tube** en fonction de la position angulaire α du doigt pour $V = 50$ mm/s.

En fin de phase de fermeture le **doigt 1** et le **tube** sont en contact au point F avec un angle $\alpha = 10^\circ$. La normale \vec{n} au contact en F fait un angle γ de 135° avec l'axe \vec{x}_2 .

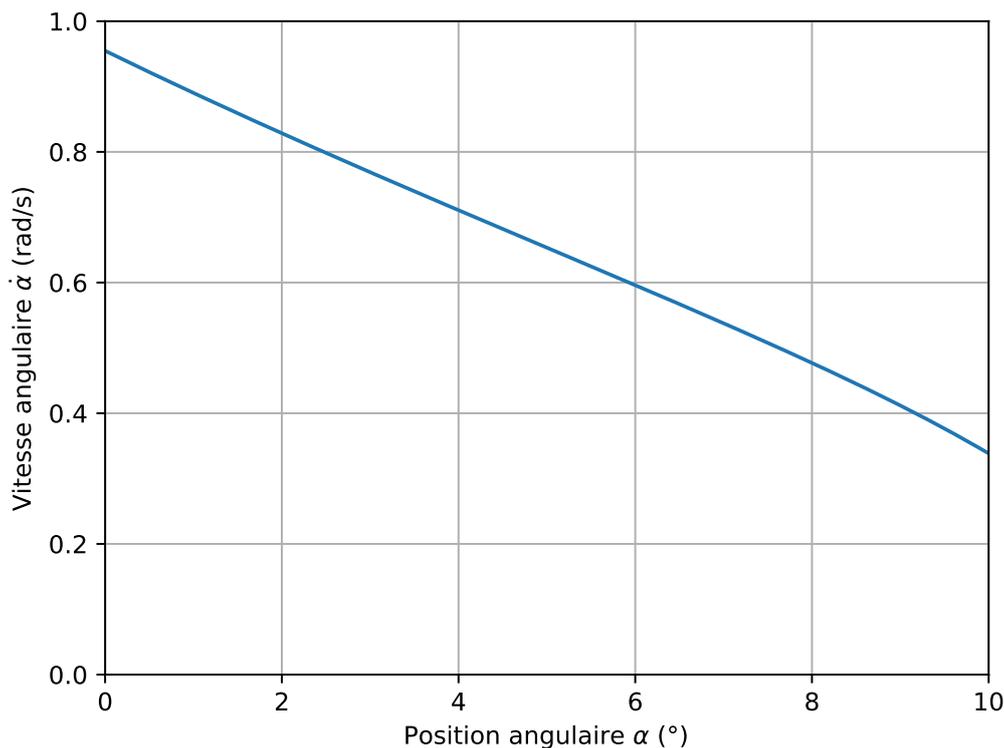


FIGURE 7 – Evolution de la vitesse angulaire du doigt 1

Q - 8 : Donner l'expression de la projection V_c de $\vec{V}_{(F,1/2)}$ sur \vec{n} en fonction de γ . Donner la valeur numérique de V_c .

3.3 Recherche de l'effort exercé par le ressort R2 sur le coulisseau

La course du vérin doit permettre l'avance, la fermeture et le verrouillage de la **pince**. Le vérin utilisé et la longueur d'avance sont tels qu'il reste 50 mm de course pour assurer la fermeture et le verrouillage de la pince. Lorsque la pince est verrouillée, le vérin est sorti au maximum.

Q - 9 : Par une fermeture géométrique utilisant les points B, C, D, E et O, donner l'expression de β en fonction de α , et l'expression de λ en fonction de α .

Par rapport au **tube** qui est fixe par rapport à la **paume**, le débattement angulaire du **doigt 1** nécessaire à la fermeture de la **pince** est $\Delta\alpha = 10^\circ$. Lorsque la **pince** est ouverte, le **doigt** occupe une position telle que $\alpha = 0^\circ$.

Q - 10 : Déterminer les valeurs de λ en début et en fin de phase de fermeture. En déduire la course du coulisseau durant cette phase et la course restant à parcourir pour la phase de verrouillage.

Le ressort R2 a une raideur $k = 13 \text{ N/mm}$.

Q - 11 : Déterminer l'effort F_R exercé par le ressort sur le coulisseau.

3.4 Recherche de la pression de contact maximale entre les doigts et le tube

On se place dans la position d'équilibre définie par la FIG 8 en fin de phase de verrouillage, le ressort R2 étant comprimé au maximum.

Le paramétrage est celui de la FIG 6. On rappelle qu'en fin de phase de fermeture, le **doigt 1** et le **tube** sont en contact au point F avec un angle $\alpha = 10^\circ$ et $\gamma = 135^\circ$. Dans cette position, $\beta \approx -75^\circ$.

- Le problème est considéré comme plan de repère $(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2)$, supposé galiléen et associé à l'ensemble {tube, paume 2}.
- L'action mécanique exercée par le ressort R2 sur le coulisseau 4 est modélisée par le glisseur : $\mathcal{F}_{R2 \rightarrow 4} = \begin{Bmatrix} F_R \cdot \vec{x}_2 \\ 0 \end{Bmatrix}$ avec $F_R = 465 \text{ N}$.
- L'action mécanique exercée par le ressort R1 sur le coulisseau 4 est négligée par rapport à l'action mécanique exercée par le ressort R2 sur le coulisseau 4.

REMARQUE : on ne tiendra pas compte de l'action de la pesanteur sur les différents éléments (l'accélération de la pesanteur \vec{g} n'est pas parallèle au plan d'étude).

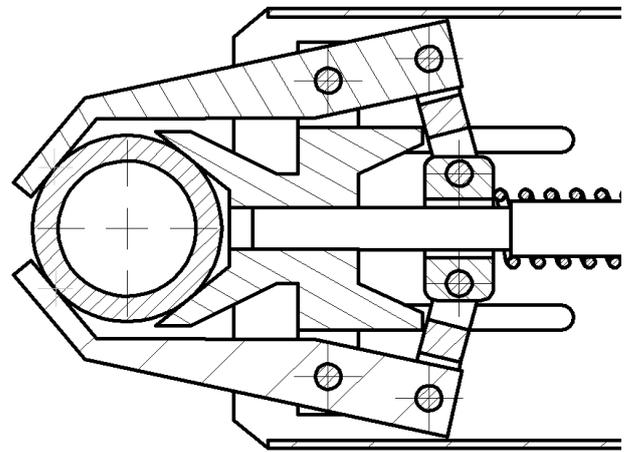


FIGURE 8 – Position d'équilibre de la pince sur le tube

Q - 12 : Démontrer, en isolant le système approprié, que l'action mécanique exercée par la bielle 3 sur le coulisseau 4 peut être modélisée par un glisseur d'axe (C, \vec{x}_3) .

Pour la suite on note ce torseur : $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 4} = \begin{Bmatrix} -F_b \cdot \vec{x}_3 \\ 0 \end{Bmatrix}$.

De la même manière on peut démontrer que l'action de la bielle 3' sur le coulisseau 4 peut être modélisée par un glisseur porté par l'axe (C, \vec{x}'_3) , soit : $\mathcal{F}_{3' \rightarrow 4} = \begin{Bmatrix} -F'_b \cdot \vec{x}'_3 \\ 0 \end{Bmatrix}$.

Q - 13 : Justifier que l'action mécanique exercée par la tige 5 sur le coulisseau 4 peut être modélisée par le torseur $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 4} = \begin{Bmatrix} Y_{54} \cdot \vec{y}_2 \\ N_{54} \cdot \vec{z}_2 \end{Bmatrix}$.

Q - 14 : Traduire l'équilibre du coulisseau 4 au point B de manière à déterminer 3 relations entre les différentes composantes des torseurs modélisant les actions mécaniques extérieures qui lui sont appliquées.

Q - 15 : Donner la condition pour que $N_{54} = 0$. Avec cette condition, démontrer que $F_b = \frac{F_R}{2 \cdot \cos(\beta)}$ et vérifier que $Y_{54} = 0$.

Q - 16 : Démontrer que l'action exercée par la **bielle 3** sur le **doigt 1** peut être modélisée par le glisseur $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D$

Q - 17 : Justifier que l'action exercée par le **tube** sur le **doigt 1** peut être modélisée par un glisseur porté d'axe (F, \vec{n}) .

Pour la suite on note ce torseur : $\mathcal{F}_{T \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{c} F_S \cdot \vec{n} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_F$.

Q - 18 : Justifier que l'action exercée par la **paume 2** sur le **doigt 1** peut être modélisée par le glisseur $\mathcal{F}_{2 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{c} X_{21} \cdot \vec{x}_2 + Y_{21} \cdot \vec{y}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E$.

Q - 19 : Appliquer au **doigt 1** le théorème du moment statique exprimé au point E de manière à obtenir une expression de F_S en fonction de F_b .

Q - 20 : En déduire l'expression de F_S en fonction de F_R et faire l'application numérique.

Sous l'action de l'effort F_S le tube se déforme légèrement au niveau du contact avec le doigt 1. Il en résulte une petite surface d'écrasement sur laquelle s'exerce une pression.

Pour déterminer la pression maximale au niveau du contact, on choisit un modèle de répartition de pression sinusoïdale suivant la direction \vec{t} et constant suivant la direction \vec{z}_2 comme le représente la FIG 9.

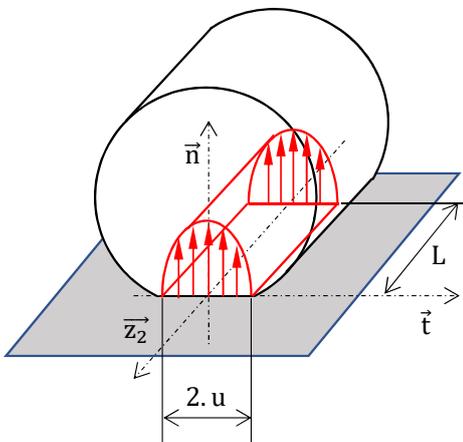


FIGURE 9 – Modèle de répartition de pression

Soit M un point appartenant à la surface de contact. La position du point M est définie par : $\vec{FM} = y \cdot \vec{t} + z \cdot \vec{z}_2$ avec $-u \leq y \leq u$ et $0 \leq z \leq L$.

La pression en M est : $p(M) = p_{max} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2u} \cdot y\right)$.

L'effort F_S correspond à la résultante des efforts de pressions sur la surface de contact. Pour la suite on prend $F_S = 390$ N.

Q - 21 : Déterminer l'expression de p_{max} en fonction de F_S , u et L .

Une étude a permis de quantifier la déformation au niveau du contact avec $u = 0,052$ mm. La largeur du doigt de la pince est $L = 100$ mm.

La pression pour éviter le matage ne doit pas excéder la pression admissible au matage $p_{adm} = 100$ MPa = 10^8 Pa.

Q - 22 : Donner la valeur numérique de p_{max} exercée au contact et conclure sur la tenue au matage.

4 Étude de la mise en position de la plateforme par rapport à la surface à forer

Pour garantir la mise et le maintien en position de la plateforme par rapport à la surface à forer, les quatre vérins hydrauliques, qui assurent la montée et la descente des quatre pieds, sont asservis en position.

Chaque pied sort jusqu'à venir en contact avec le sol, le contact étant détecté par un capteur d'effort situé sous le pied. L'asservissement des déplacements de la tige du vérin entre en jeu à ce moment-là. C'est la phase de mise en position. Les pieds sont généralement soumis à un effort constant.

Lorsque la plateforme est en position et que l'opération de forage est effective, les pieds sont sollicités différemment. L'effort comprend deux composantes :

- une composante constante donnée par l'effort de poussée de la tête de forage ;
- une composante liée à la percussion modélisée par des impulsions (Dirac) périodiques.

L'objectif de cette partie est de vérifier les exigences de performances de l'asservissement en position d'un pied. Le schéma blocs FIG 10 modélise le comportement de l'asservissement en position d'un pied.

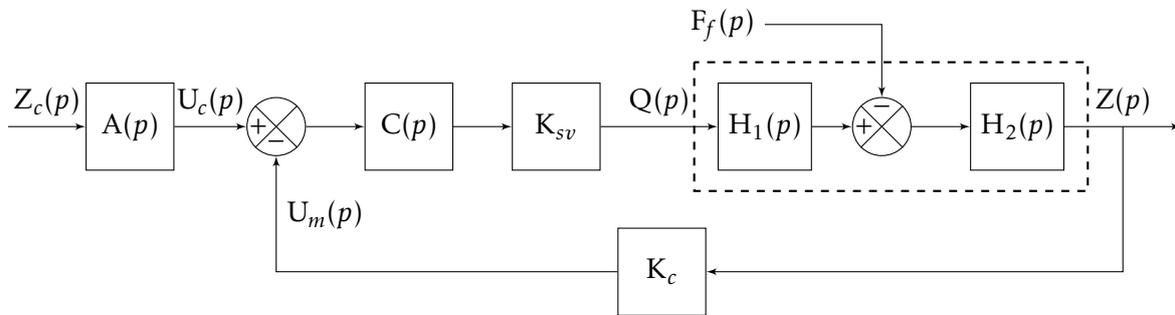


FIGURE 10 – Schéma blocs de l'asservissement en position d'un pied

Fonction temporelle	Définition (unité)	Transformée de Laplace
$z_c(t)$	Consigne de position (m)	$Z_c(p)$
$z(t)$	Position d'un pied (m)	$Z(p)$
$u(t)$	Tension de commande de la servovalve (V)	$U(p)$
$u_c(t)$	Tension image de la consigne (V)	$U_c(p)$
$u_m(t)$	Tension image de la position (V)	$U_m(p)$

Fonctions de transfert : définition (unité éventuelle)	
K_c	Gain du capteur potentiométrique ($V.m^{-1}$)
$A(p)$	Fonction de transfert du bloc d'adaptation
$C(p)$	Correcteur de position
K_{sv}	Gain de la servovalve ($m^3.s^{-1}.V^{-1}$)
$H_1(p)$ et $H_2(p)$	Fonctions de transfert caractéristiques du comportement du vérin

Q - 23 : Repérer la boucle d'asservissement (flux et composants participant à l'asservissement en position du tiroir) sur le diagramme de blocs internes (**ibd**) du document réponse.

Q - 24 : Donner l'expression de $A(p)$ en fonction de K_c pour que pour le système soit correctement asservi. Justifier votre réponse.

Les exigences du cahier des charges en termes de performances de l'asservissement :

Exigence	Critères	Niveaux
Id 2 La commande du système doit permettre la mise en position et le maintien en position de la plateforme.	Précision	Erreur statique nulle vis-à-vis d'une entrée en échelon (consigne et perturbation) Erreur statique nulle vis-à-vis d'une perturbation impulsionnelle
	Stabilité	Dépassements limités à 0,02 m
	Rapidité	Temps de réponse à 5% de 0,15 s maximum

4.1 Modélisation du comportement d'un vérin

Le comportement d'un vérin est régi par les équations suivantes :

$$q(t) = S \cdot \frac{dz(t)}{dt} + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot \frac{d\delta p(t)}{dt} \quad (1)$$

$$M \cdot \frac{d^2z(t)}{dt^2} = S \cdot \delta p(t) - k \cdot z(t) - \mu \cdot \frac{dz(t)}{dt} - f_f(t) \quad (2)$$

Le schéma blocs FIG 11 modélise son comportement.

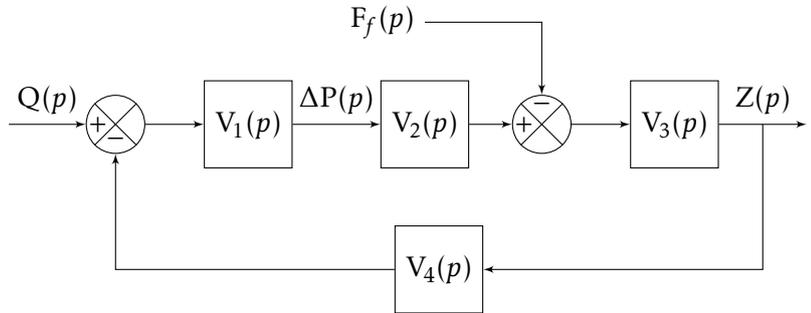


FIGURE 11 – Schéma blocs d'un vérin

Fonction temporelle	Définition (unité)	Transformée de Laplace
$q(t)$	Débit d'alimentation du vérin ($m^3 \cdot s^{-1}$)	$Q(p)$
$\delta p(t)$	Différence de pression entre les deux chambres du vérin (Pa)	$\Delta P(p)$
$z(t)$	Position de la tige du vérin (m)	$Z(p)$
$f_f(t)$	Effort résistant exercé sur la tige du vérin selon son axe (N)	$F_f(p)$

Constantes	
S	Section du vérin (m^2)
k	Raideur mécanique du vérin ($N \cdot m^{-1}$)
V	Volume d'huile de référence (m^3)
M	Masse équivalente de l'ensemble mobile ramenée sur la tige du vérin (kg)
μ	Coefficient de frottements visqueux du fluide ($N \cdot m^{-1} \cdot s$)

Q - 25 : A l'aide des équations (1) et (2) et en supposant les conditions initiales nulles, déterminer les fonctions de transfert $V_1(p)$, $V_2(p)$, $V_3(p)$ et $V_4(p)$.

On note $Z(p) = G_1(p) \cdot Q(p) - G_2(p) \cdot F_f(p)$.

Q - 26 : Donner l'expression de $G_1(p)$ et $G_2(p)$ en fonction de $V_1(p)$, $V_2(p)$, $V_3(p)$ et $V_4(p)$.

Q - 27 : Montrer que le comportement du vérin peut être modélisé par le schéma blocs simplifié FIG 12. Donner les expressions des coefficients K_q , K_f , a_1 et a_2 .

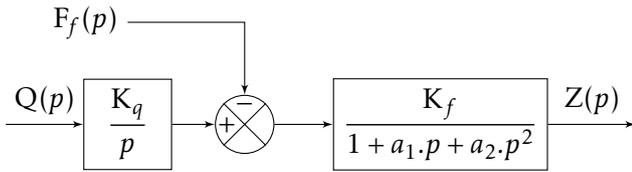


FIGURE 12 – Schéma blocs simplifié d'un vérin

4.2 Comportement de l'asservissement en position d'un pied lors de la mise en position

La FIG 13 donne une représentation du schéma blocs avec retour unitaire de l'asservissement en position d'un pied.

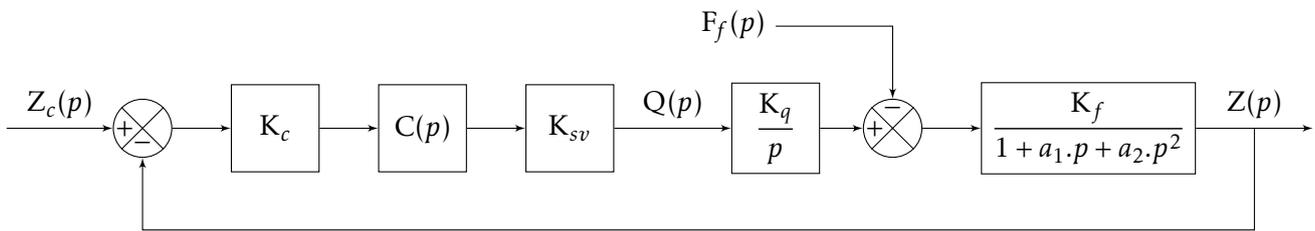


FIGURE 13 – Schéma blocs simplifié de l'asservissement en position d'un pied

On note $Z(p) = B_1(p).Z_c(p) - B_2(p).F_f(p)$

On choisit dans un premier temps un correcteur proportionnel tel que $C(p) = K_p$.

Q - 28 : Donner l'expression des fonctions de transfert $B_1(p)$ et $B_2(p)$ en fonction de K_c , K_p , K_{sv} , K_q , K_f , a_1 et a_2 .

Q - 29 : Déterminer l'erreur statique en réponse à un échelon de consigne $z_c(t) = Z_{c0}.u(t)$, et un échelon de perturbation est $f_f(t) = F_{f0}.u(t)$. Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges.

Q - 30 : Déterminer l'erreur statique en réponse à une impulsion de perturbation $f_f(t) = \delta(t)$, pour une consigne nulle $z_c(t) = 0$. Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges.

- La courbe FIG 14 donne la réponse du système à un échelon de consigne de $Z_{c0} = 0,1$ m pour une perturbation nulle $F_{f0} = 0$.
- La courbe FIG 15 donne la réponse du système à un échelon de perturbation $F_{f0} = 1\,345$ N à l'instant $t = 0,2$ s pour une consigne nulle $Z_{c0} = 0$ m.
- La courbe FIG 16 donne la réponse du système à une impulsion de perturbation à l'instant $t = 0,2$ s pour une consigne nulle $Z_{c0} = 0$ m.

Q - 31 : Les exigences de stabilité et de rapidité de l'asservissement de position sont-elles respectées ?

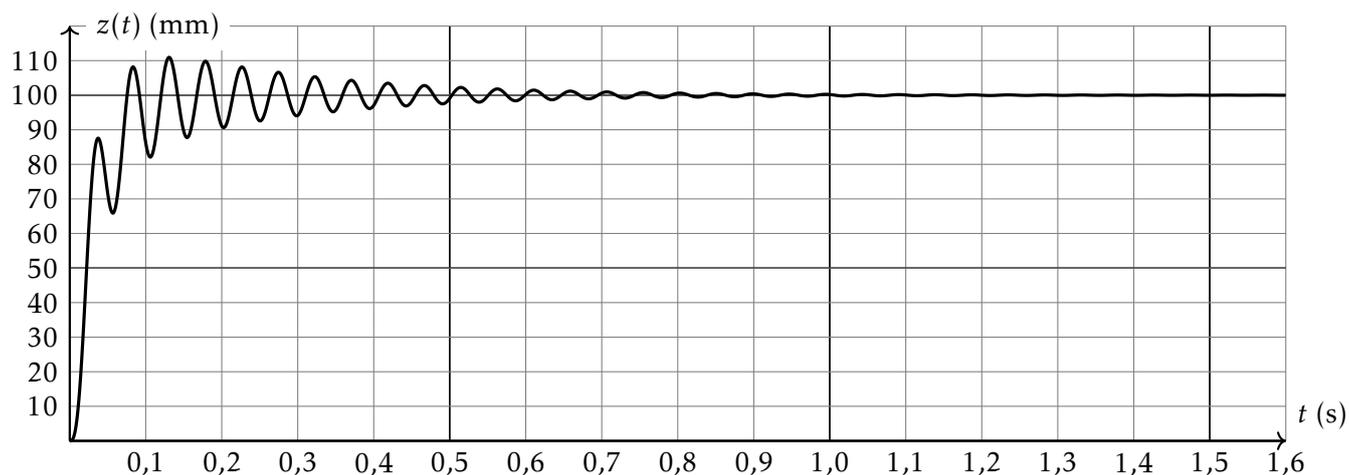


FIGURE 14 – Réponse du système non perturbé à un échelon de consigne de 0,1 m

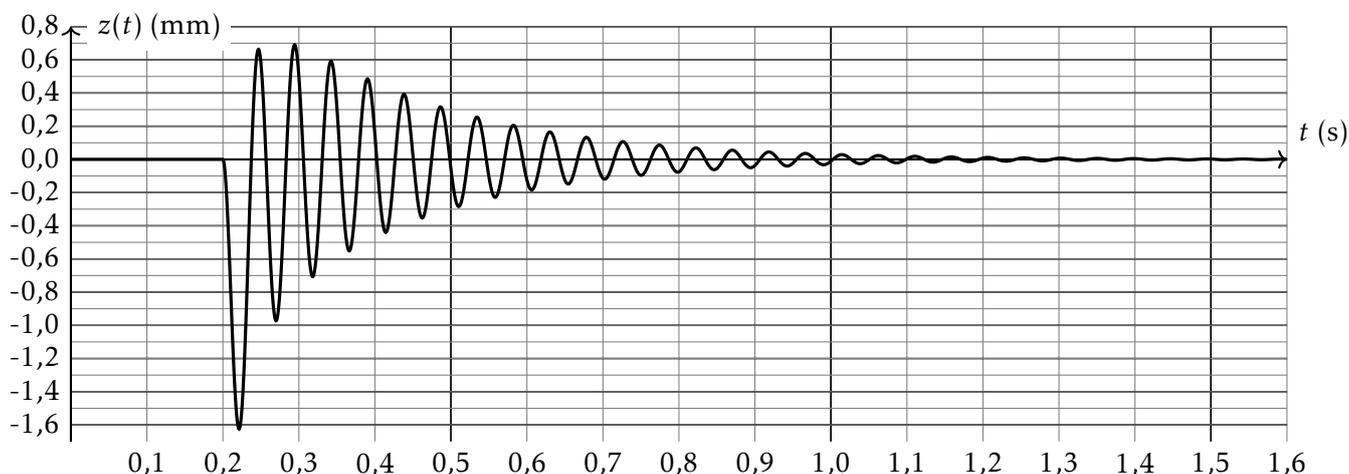


FIGURE 15 – Réponse du système à un échelon de perturbation de 1 345 N pour une consigne nulle

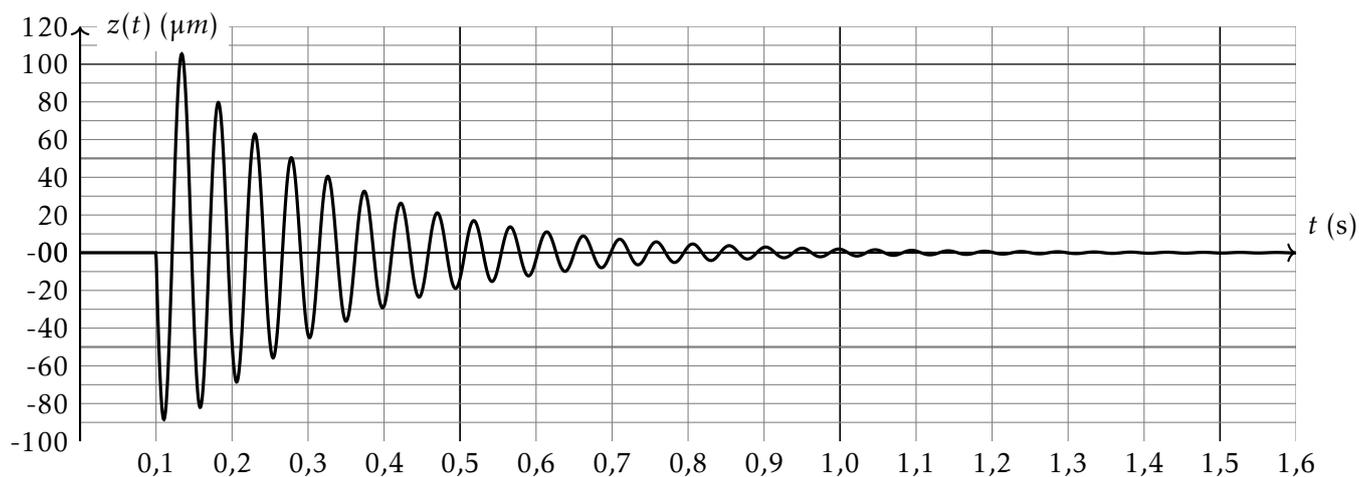


FIGURE 16 – Réponse du système à une perturbation impulsionnelle pour une consigne nulle

Les différentes simulations (FIG 17) de réponses indicielles avec un correcteur proportionnel pour différentes valeurs de K_p montre qu'il est difficile de répondre au critère de rapidité du fait du caractère résonnant du vérin.

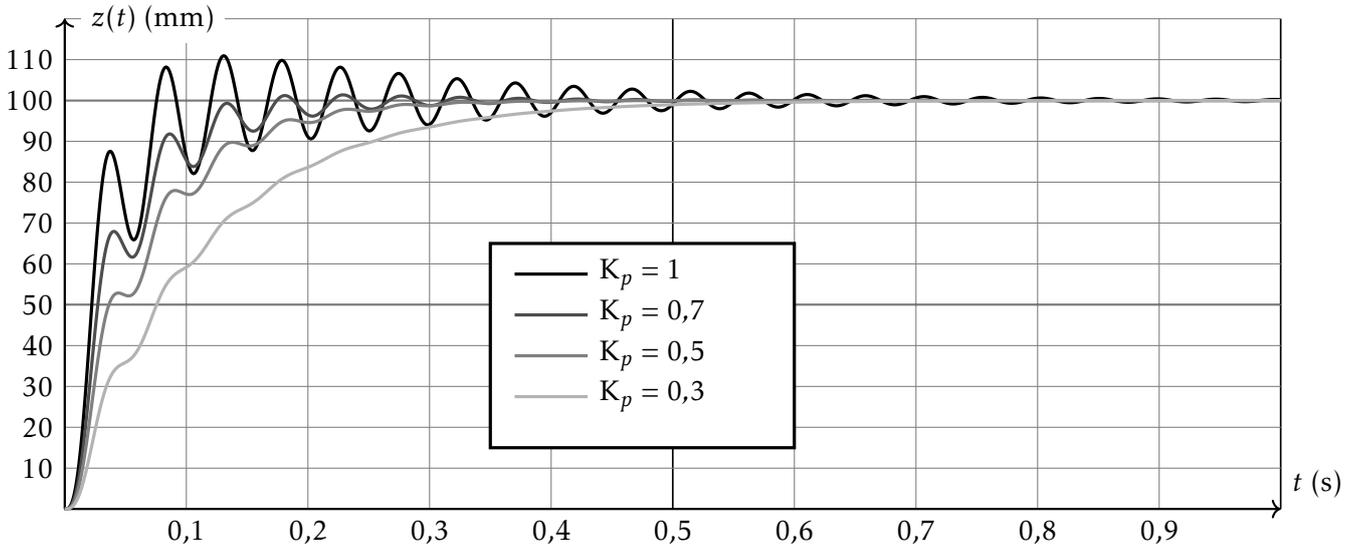


FIGURE 17 – Réponse du système non perturbé à un échelon de consigne de 0,1 m

Lorsque le système est non perturbé le comportement du système peut être modélisé par le schéma blocs simplifié FIG 18.

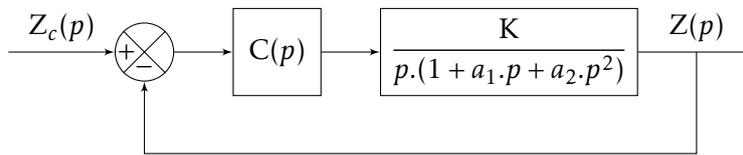


FIGURE 18 – Schéma blocs simplifié de l'asservissement en position d'un pied sans perturbation

Le document réponse donne la courbe de gain du diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système pour $C(p) = K_p = 1$.

Q - 32 : Tracer sur la courbe de gain du document réponse, le diagramme asymptotique de Bode. Estimer à partir de cette courbe de gain les valeurs numériques de K et a_2 . Estimer le facteur de résonance et en déduire la valeur numérique a_1 .

RAPPEL pour un deuxième ordre, le facteur de résonance : $Q = \frac{1}{2 \cdot \xi \cdot \sqrt{1 - \xi^2}}$ avec ξ coefficient d'amortissement, et la pulsation de résonance $\omega_r = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \xi^2}$ avec ω_0 pulsation propre du système harmonique.

Pour limiter le phénomène de résonance dû au vérin, on choisit un correcteur défini par la fonction de transfert :

$$C(p) = \frac{1 + \frac{2 \cdot \xi_n}{\omega_{n0}} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_{n0}^2}}{1 + \frac{2 \cdot \xi_d}{\omega_{d0}} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_{d0}^2}}$$

Q - 33 : Tracer sur le document réponse le diagramme asymptotique de Bode de ce correcteur pour $\omega_{n0} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\omega_{d0} = 1 \text{ rad.s}^{-1}$. Sur le même document, tracer l'allure de la courbe de gain pour $z_n = 0,2$ et $z_d = 1$.

Q - 34 : Que devient le diagramme asymptotique si $\omega_{n0} = \omega_{d0}$?

On choisit $\omega_{n0} = \omega_{d0} = \omega_0$ et $z_n < z_d < 0,7$ de manière à obtenir un filtre réjecteur de résonance.

Pour que ce correcteur agissent correctement, il faut obtenir ω_0 égal à la pulsation de résonance en boucle ouverte du système à corriger. Une étude plus fine a permis de déterminer les coefficients d'amortissement z_n et z_d .

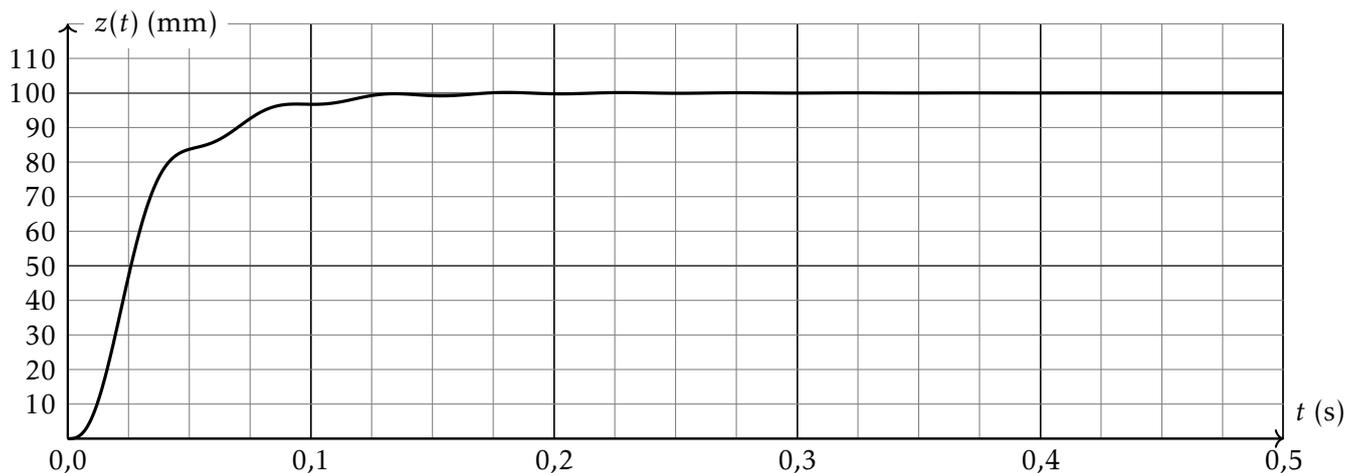


FIGURE 19 – Réponse du système corrigé non perturbé à un échelon de consigne de 0,1 m

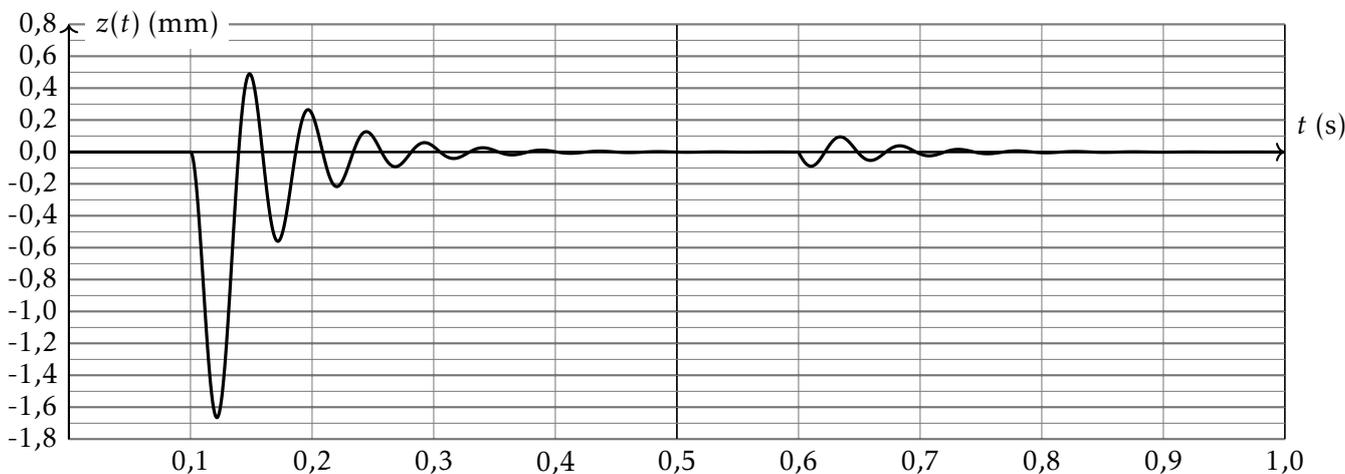


FIGURE 20 – Réponse du système corrigé à un échelon de perturbation de 1 345 N à l’instant $t = 0,1$ s et à une impulsion de perturbation à l’instant $t = 0,6$ s pour une consigne de position nulle

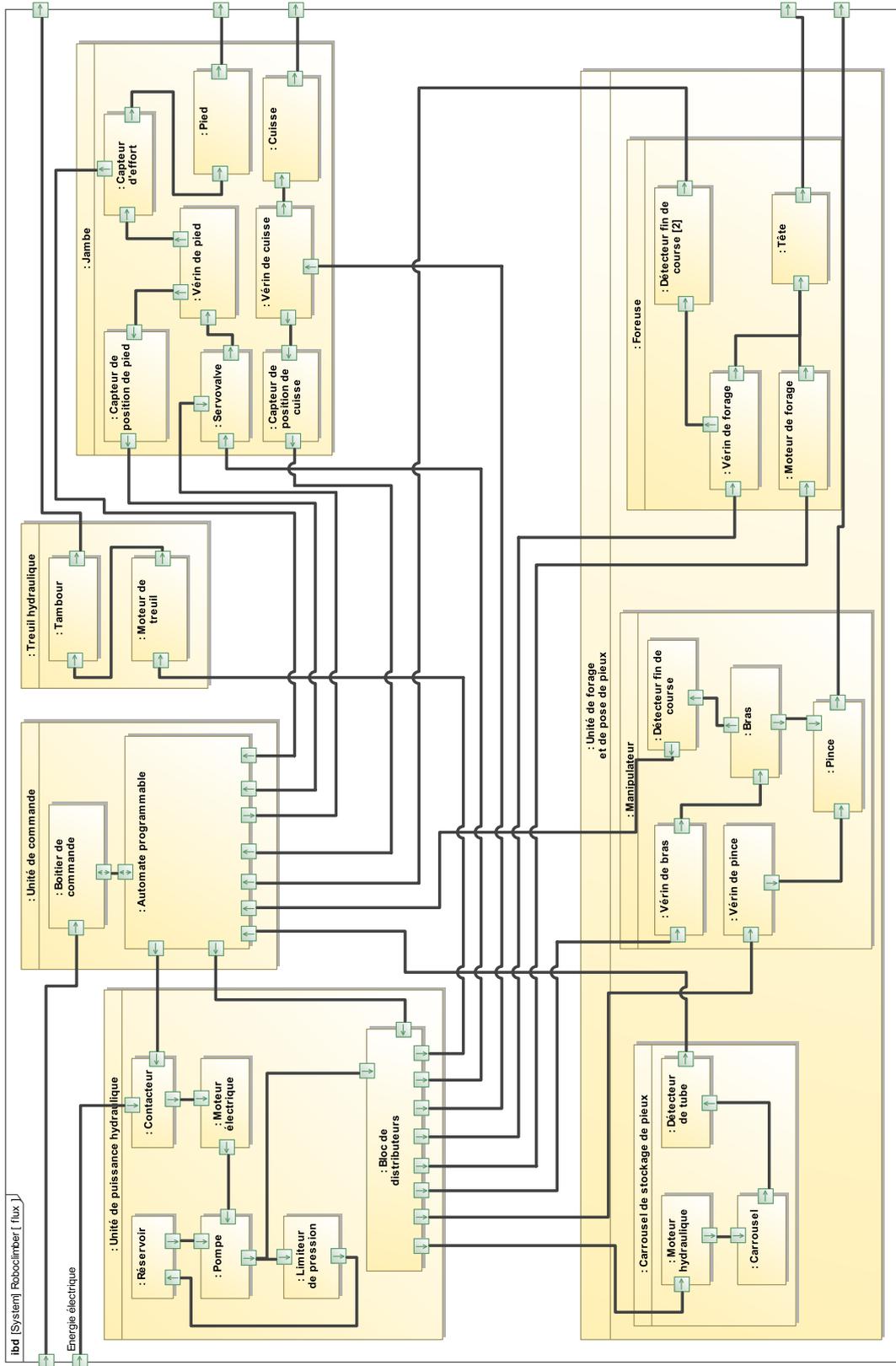
La courbe FIG 19 donne la réponse du système corrigé à un échelon de consigne de $Z_{c0} = 0,1$ m sans perturbation.

La courbe FIG 20 donne la réponse du système corrigé à un échelon de de perturbation $F_{f0} = 1\,345$ N à l’instant $t = 0,1$ s et à une impulsion de perturbation à l’instant $t = 0,6$ s pour une consigne de position nulle.

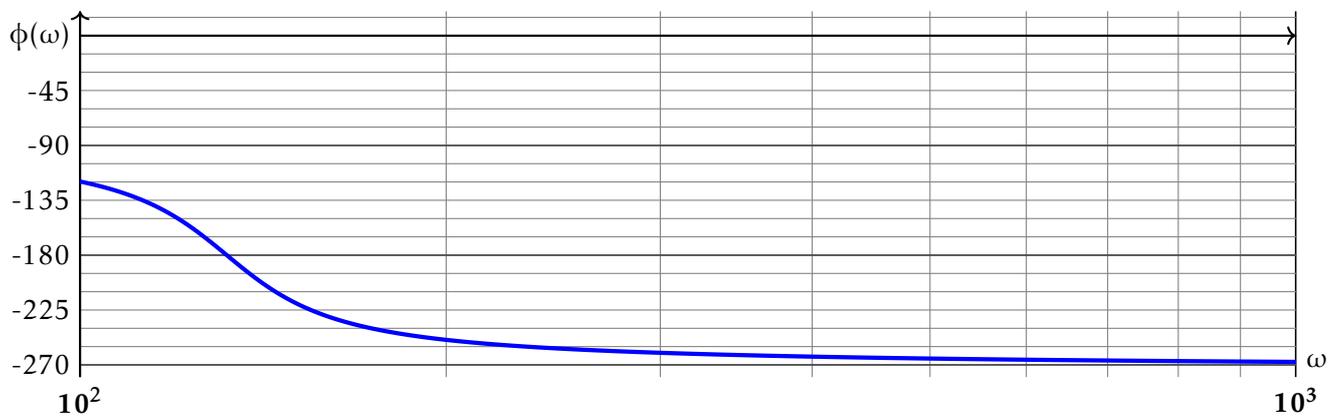
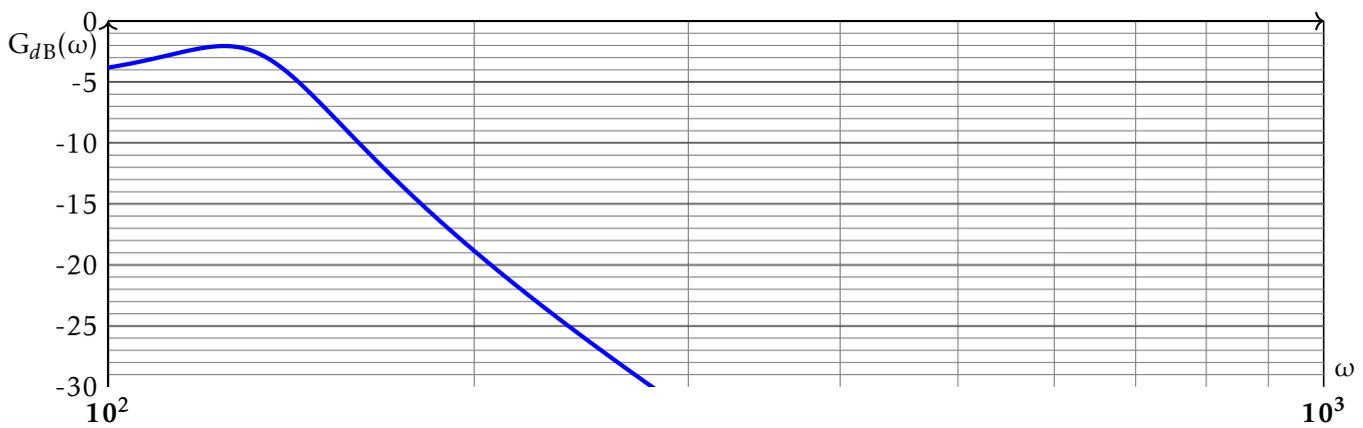
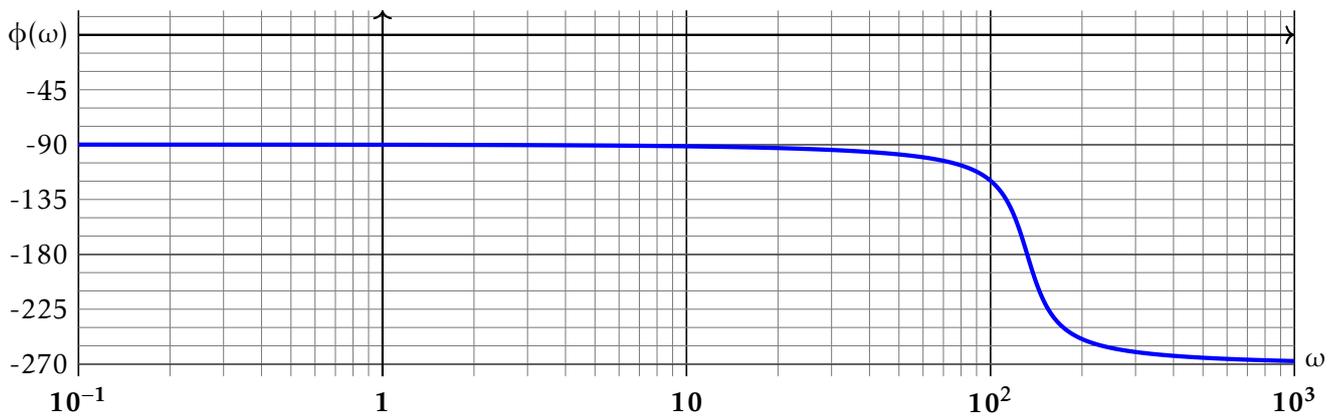
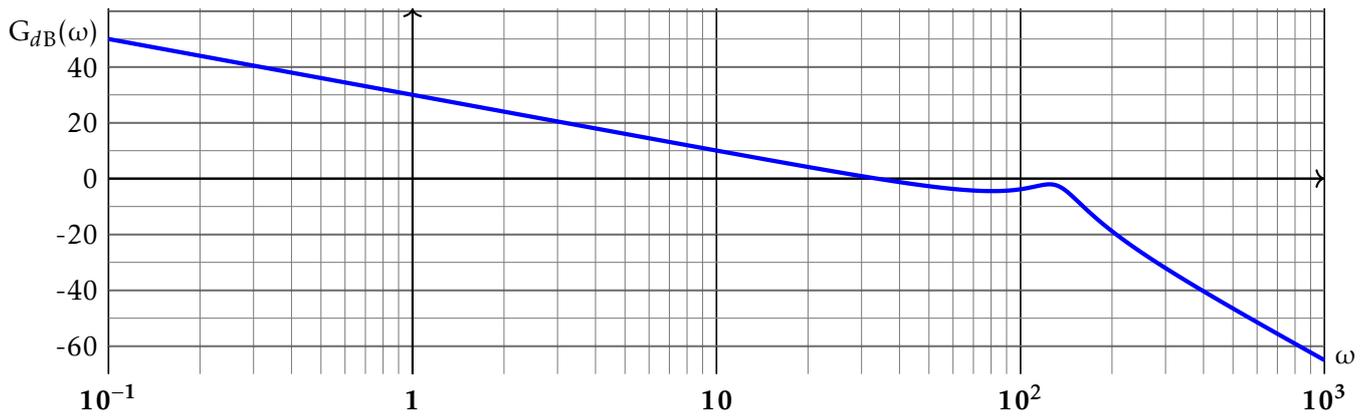
Q - 35 : Les exigences de l’asservissement de position sont-elles respectées ?

5 Document réponse

Q - 23 diagramme de blocs internes (ibd)



Q - 32 Diagrammes de Bode asymptotiques



Q - 33 Filtre réjecteur

